

正 答 表

数 学

(5-日)

| 1            |                                      | 点 |
|--------------|--------------------------------------|---|
| [問 1]        | $\frac{\sqrt{6}}{3}$                 | 5 |
| [問 2]        | 4, 6                                 | 5 |
| [問 3]        | $p = -\frac{1}{2}, q = -\frac{3}{2}$ | 5 |
| [問 4]        | $\frac{10}{21}$                      | 5 |
| [問 5]<br>解答例 |                                      | 5 |

| 2                |                                | 点  |
|------------------|--------------------------------|----|
| [問 1]            | $(-\frac{5}{3}, \frac{25}{9})$ | 7  |
| [問 2] (1)<br>解答例 | 【途中の式や計算など】                    | 10 |
| [問 2] (2)        | $y = -x + \frac{3}{4}$         | 8  |

点Bの座標を $(t, \frac{1}{4}t^2)$  ( $t > 0$ ) とすると、  
 点Dの座標は $(-t, \frac{1}{4}t^2)$   
 点Aから直線 $m$ に垂線を引き、交点をH、  
 $y$ 軸と直線 $m$ との交点を点Gとする。  
 $AH \parallel EG$ であるから  $DH : DG = DA : DE = 1 : 4$  より、  
 点Aの $x$ 座標は $-\frac{3}{4}t$   
 よって、点Aの座標は $(-\frac{3}{4}t, \frac{9}{16}t^2)$   
 また、 $AH \parallel EG$ であるから  $AH : EG = DA : DE$  より、  
 $(\frac{9}{16}t^2 - \frac{1}{4}t^2) : EG = 1 : 4$   
 よって、 $EG = 4(\frac{9}{16}t^2 - \frac{1}{4}t^2) = \frac{5}{4}t^2$   
 さらに、2点B、Eを通る直線の傾きが $-2$ であるから、  
 $EG = 2BG$   
 ゆえに、 $\frac{5}{4}t^2 = 2t$   
 よって、 $5t^2 - 8t = 0$   
 $t(5t - 8) = 0$   
 $t > 0$  より、 $t = \frac{8}{5}$  となる。  
 よって、点Bの $x$ 座標は $\frac{8}{5}$ となる。

(答え)  $\frac{8}{5}$

| 3                |                   | 点  |
|------------------|-------------------|----|
| [問 1]            | 20 度              | 7  |
| [問 2] (1)<br>解答例 | 【証明】              | 10 |
| [問 2] (2)        | $AG : GF = 4 : 1$ | 8  |

$\triangle ADG$ と $\triangle AEG$ において、  
 $AG = AG$  (共通) ……①  
 $\angle BAD$ の二等分線より、 $\angle DAF = \angle BAF$   
 よって、 $\angle DAG = \angle EAG = \frac{1}{2}\angle BAD$  ……②  
 $2\angle BAC = \angle BAD$  より、 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BAD$   
 よって、 $\angle DAG = \angle BAC$   
 また、点Bと点Dを結び、 $\widehat{BC}$ に対する円周角に等しいから  
 $\angle BAC = \angle BDC$   
 よって、 $\angle DAG = \angle BDC$   
 半円の弧に対する円周角より、 $\angle ADB = 90^\circ$   
 $\angle ADB = \angle ADG + \angle BDC$   
 $= \angle ADG + \angle DAG$   
 $\triangle ADG$ において、 $\angle AGD = 180^\circ - (\angle ADG + \angle DAG)$   
 $= 180^\circ - \angle ADB$   
 $= 90^\circ$   
 $\angle AGE = 180^\circ - \angle AGD = 90^\circ$   
 よって、 $\angle AGD = \angle AGE$  ……③  
 ①、②、③より、  
 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから  
 $\triangle ADG \cong \triangle AEG$

| 4            |                             | 点  |
|--------------|-----------------------------|----|
| [問 1]        | $\frac{39}{2} \text{ cm}^2$ | 7  |
| [問 2]<br>解答例 | 【途中の式や計算など】                 | 10 |
| [問 3]        | $81\sqrt{2} \text{ cm}^3$   | 8  |

$DO = \frac{1}{2}BC = \frac{9}{2}$   
 $\triangle ADO$ において三平方の定理より、  
 $AD^2 = AO^2 + DO^2 = 6^2 + (\frac{9}{2})^2 = \frac{225}{4}$   
 $AD > 0$  より、 $AD = \frac{15}{2}$   
 点Jから線分DOに垂線を引き、交点をKとする。  
 $\triangle DOA$ と $\triangle DKJ$ において、 $AO \parallel JK$ より、  
 $DO : DK = DA : DJ$   
 $\frac{9}{2} : DK = \frac{15}{2} : 1$  よって、 $DK = \frac{3}{5}$   
 $FK = DF - DK = (DO + FO) - DK$   
 $= (\frac{9}{2} + \frac{5}{2}) - \frac{3}{5} = \frac{32}{5}$   
 また、 $AO \parallel JK$ より、 $DA : DJ = AO : JK$   
 $\frac{15}{2} : 1 = 6 : JK$  よって、 $JK = \frac{4}{5}$   
 $\triangle FJK$ において三平方の定理より、  
 $FJ^2 = FK^2 + JK^2 = (\frac{32}{5})^2 + (\frac{4}{5})^2$   
 $= (\frac{4}{5})^2 \times (8^2 + 1) = (\frac{4}{5})^2 \times 65$   
 $FJ > 0$  より  $FJ = \frac{4\sqrt{65}}{5} \text{ (cm)}$

(答え)  $\frac{4\sqrt{65}}{5} \text{ cm}$