

正答表

数 学

1		点
(問1)	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$	5
(問2)	$2, \frac{4}{3}$	5
(問3)	$\frac{5}{18}$	5
(問4)	$x=15, y=9$	5
(問5) 解答例		5

2		点
(問1)	$\frac{\sqrt{58}}{2}$ cm	7
(問2) 解答例	【途中の式や計算など】	10
(問3)		8

点Pが点Oを出発してからt秒後の2点P, Qの座標は $P(-\frac{t}{2}, \frac{t^2}{2})$, $Q(t, t+3)$ であるので、
 線分PQがx軸と平行になるとき、 $\frac{t^2}{2} = t+3$ が成立する。
 $t^2 - 2t - 6 = 0$ を解くと
 $t = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2}$
 $t = \frac{2 \pm \sqrt{28}}{2}$
 $t = \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{2}$
 $t = 1 \pm \sqrt{7}$
 $t \geq 0$ より、 $t = 1 + \sqrt{7}$
 このとき、 $\triangle APQ$ の面積を t を用いて表すと、
 $t - (-\frac{t}{2}) \times (t+3) - 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}t^2$ であるので、
 したがって、求める面積は
 $\frac{3}{4}(1 + \sqrt{7})^2 = \frac{3}{4}(8 + 2\sqrt{7}) = 6 + \frac{3}{2}\sqrt{7}$

(答え) $(6 + \frac{3}{2}\sqrt{7})$ cm²

3		点
(問1)	$\sqrt{73}$ cm	7
(問2)	$\frac{13\sqrt{3}}{3}$ cm ²	8
(問3) 解答例	【証明】	10

点Oと頂点C, 点Oと頂点Bをそれぞれ結ぶ。
 $\triangle OBH$ と $\triangle OCH$ において
 $OB=OC$ (円の半径) ...①
 $\triangle OBC$ は二等辺三角形となるので
 $\angle OBH = \angle OCH$ (二等辺三角形の底角) ...②
 また、仮定から $\angle OHB = \angle OHC = 90^\circ$...③
 ①, ②, ③より
 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので
 $\triangle OBH \cong \triangle OCH$
 ゆえに $\angle HOB = \angle HOC$ よって $\angle HOC = \frac{1}{2} \angle COB$...④
 $\triangle AEB$ と $\triangle OHC$ の相似を考える。
 円周角の定理より $\angle CAB = \frac{1}{2} \angle COB$...⑤
 ④, ⑤より $\angle CAB = \angle HOC$
 すなわち、 $\angle EAB = \angle HOC$...⑥
 仮定より $\angle AEB = \angle OHC (= 90^\circ)$...⑦
 ⑥, ⑦より2組の角がそれぞれ等しいので $\triangle AEB \sim \triangle OHC$
 よって $AE:OH = BE:CH$ から $AE \times CH = OH \times BE$

4		点
(問1)	7	7
(問2) 解答例	【途中の式や考え方など】	10
(問3)		8

①より、 $N(bcda) = 0$ と分かる。
 したがって、 $b = 1$ である。
 また②より $N(cadb) = 1$ で $b = 1$ なので
 $c = 4$ となる。
 このとき③は、 $N(a14d) = 4$ となる。
 $(a, d) = (2, 3), (3, 2)$ のいずれかであるが
 $(a, d) = (2, 3)$ とすると $N(2143) = 1$ となり不適。
 また $(a, d) = (3, 2)$ とすると
 $3142 \rightarrow 4132 \rightarrow 2314 \rightarrow 3214 \rightarrow 1234$ で
 $N(3142) = 4$ となり適する。
 以上から
 $a = 3, b = 1, c = 4, d = 2$

(答え) $a = 3, b = 1, c = 4, d = 2$