

正答表

1		点
(1)(1)	$\frac{7}{3}$	5
(1)(2)	$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$	5
(1)(3)	$\frac{5}{36}$	5
(1)(4)	ア . エ	5
(1)(5)		5

数 学

2		点
(1)(1)	$y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$	7
(1)(2)	【途中の式や計算など】	10

$A\left(t, \frac{t^2}{2}\right), B\left(t, -\frac{t^2}{4}\right), C\left(-t, -\frac{t^2}{4}\right)$ である。
 直線 l の傾きが 1 だから、 $AB=BC$ である。
 ゆえに、 $\frac{t^2}{2} + \frac{t^2}{4} = t + t$
 $t\left(\frac{3}{4}t - 2\right) = 0$
 $t > 0$ より $t = \frac{8}{3}$ とする。
 したがって、 $A\left(\frac{8}{3}, \frac{32}{9}\right)$ となる。
 $B(0, a)$ とおくと、直線 l の傾きが 1 だから、
 直線 l の式は、 $y = x + a$ となる。
 直線 l が、点 $A\left(\frac{8}{3}, \frac{32}{9}\right)$ を通るから、 $\frac{32}{9} = \frac{8}{3} + a$
 ゆえに、 $a = \frac{8}{9}$ したがって、点 $B\left(0, \frac{8}{9}\right)$ である。
 また、点 $R(2, 2)$ となり、直線 OF の傾きも 1 より、
 $l \parallel OF$ だから、 $\triangle AEF$ の面積は $\triangle AEO$ の面積と等しい。
 $\triangle AEO$ の面積は、 $\frac{1}{2} \times \frac{8}{9} \times \frac{8}{3} = \frac{32}{27} \text{cm}^2$

(答え)	$\frac{32}{27}$	cm^2
------	-----------------	---------------

(1)(3)	$AG : GB = 3 : 1$	8
--------	-------------------	---

3		点
(1)(1)	(1) $BF : FE = 5 : 8$	7
(1)(2)	(2) 【証明】	10

$\triangle ABF$ と $\triangle GEF$ において、
 仮定より、 $BF=EF$ …… ①
 対頂角は等しいから、 $\angle AFB = \angle GFE$ …… ②
 四角形 $ABCD$ は平行四辺形だから、 $AB \parallel DC$
 よって、 $AB \parallel EG$
 平行線の錯角は等しいから
 $\angle ABF = \angle GEF$ …… ③
 ①, ②, ③ より、
 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABF \cong \triangle GEF$ …… ④
 次に、 $\triangle HAF$ と $\triangle HGF$ において、
 HF は共通 …… ⑤
 $AF \perp BE$ だから、 $\angle AFH = \angle GFH = 90^\circ$ …… ⑥
 ④ より、合同な三角形の対応する辺は等しいから、
 $AF = GF$ …… ⑦
 ⑤, ⑥, ⑦ より、
 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle HAF \cong \triangle HGF$

(1)(3)	$\frac{4}{9}\pi$	cm	8
--------	------------------	-------------	---

4		点
(1)(1)	$\frac{100}{99}$	7
(1)(2)	【途中の式や考え方など】	10

$(x+e)^2 - (x+f)(x+g) = (x^2 + 2ex + e^2) - (x^2 + gx + fx + fg)$
 $= (2e - f - g)x + (e^2 - fg)$
 花ふさんの計算で正しい答えが出てくるときには、 $x \neq 0$ だから
 $2e - f - g = 0$ …… ①
 このとき、 $(x+e)^2 - (x+f)(x+g) = e^2 - fg$
 となる。また、①より、 $e = \frac{f+g}{2}$
 これを、 $e^2 - fg$ に代入すると
 $e^2 - fg = \left(\frac{f+g}{2}\right)^2 - fg$
 $= \frac{f^2 + 2fg + g^2 - 4fg}{4}$
 $= \frac{f^2 - 2fg + g^2}{4}$
 $= \left(\frac{f-g}{2}\right)^2$
 $f > g$ より、 $f-g$ は正の数である。
 したがって、 $\sqrt{A} = \sqrt{\left(\frac{f-g}{2}\right)^2} = \frac{f-g}{2}$
 また、①から、 $2e = f+g$ となり、 e は自然数より $2e$ が偶数だから、
 $f+g$ は偶数である。
 ゆえに、【表】の結果を用いて、 f と g はともに偶数か、
 ともに奇数のいずれかである。
 f と g がともに偶数のときは $f-g$ は偶数となり、
 f と g がともに奇数のときは $f-g$ は偶数となる。
 したがって、 $f-g$ は 2 の倍数であるから $\frac{f-g}{2}$ は自然数となる。

(1)(3)	49	8
--------	----	---