

正 答 表

数 学

(6-立)

1		点
[問1]	16	6
[問2]	$x = \frac{5}{11}, y = \frac{9}{11}$	6
[問3]	$\frac{1}{4}$	6
[問4]		7

2		点
[問1]	$\frac{17}{8}$	7
[問2]	【途中の式や計算など】	11
[問3]	$S:T = 24:1$	7

点 A の座標は $(2, 4a)$ である。
 $3AC=BC$, $AC=4a$ より, $BC=12a$ となる。
 また, 点 C の x 座標が 2 であるから,
 $OB=12a-2$ となる。
 よって,

$$\Delta OAB = \frac{1}{2} \times 4a \times (12a-2)$$

$$= 24a^2 - 4a$$
 一方で, ΔOAB の面積が 28 cm^2 であるから,
 $24a^2 - 4a = 28$
 整理して,
 $6a^2 - a - 7 = 0$
 これを解いて,

$$a = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 6 \times (-7)}}{2 \times 6}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{169}}{12} = \frac{1 \pm 13}{12} = \frac{7}{6}, -1$$
 $a > 0$ より, $a = \frac{7}{6}$
 よって, 点 A の座標は $(2, \frac{14}{3})$,
 点 B の座標は $(-12, 0)$ となる。
 直線 m はこの 2 点を通るから,
 $\frac{14}{3} = 2b + c, 0 = -12b + c$
 これを解いて,
 $b = \frac{1}{3}, c = 4$
 したがって,
 $a = \frac{7}{6}, b = \frac{1}{3}, c = 4$

(答え) $a = \frac{7}{6}, b = \frac{1}{3}, c = 4$

3		点
[問1]	$\frac{3}{2} \text{ cm}$	7
[問2]	(1) 【証明】	11
[問2]	(2) $3\sqrt{5} \text{ cm}^2$	7
小計1	25	
小計2	25	
小計3	25	
小計4	25	

ΔADH と ΔAFD において,
 共通な角により,
 $\angle DAH = \angle FAD \dots\dots ①$
 $\angle BAD = \angle CAD = a, \angle CAF = \angle EAF = b$
 とおくと,
 $\angle BAC + \angle CAE = 180^\circ$ より, $2a + 2b = 180^\circ$
 よって, $a + b = 90^\circ \dots\dots ②$
 $AB \parallel HD$ より, 平行線の錯角は等しいから,
 $\angle ADH = \angle BAD = a \dots\dots ③$
 $\angle ACF = 90^\circ$ だから,
 $\angle AFD = 90^\circ - \angle CAF$
 $= 90^\circ - b = a$ (②により) $\dots\dots ④$
 よって, ③, ④より, $\angle ADH = \angle AFD \dots\dots ⑤$
 したがって, ①, ⑤より,
 2組の角がそれぞれ等しいから,
 $\Delta ADH \sim \Delta AFD$

4		点
[問1]	$36\sqrt{2} \text{ cm}^3$	7
[問2]	$AP:BP = 1:\sqrt{3}$	7
[問3]	【途中の式や計算など】	11
(答え)	2	
合計得点	100	

線分 BS の長さは $x \text{ cm}$ であるから, 線分 AS の長さは $(6-x) \text{ cm}$, 線分 DT の長さは $(6-2x) \text{ cm}$ となる。
 よって, 四角形 ASTD の面積は,

$$\{(6-2x) + (6-x)\} \times 6 \times \frac{1}{2} = (12-3x) \times 6 \times \frac{1}{2}$$

$$= 36 - 9x \text{ (cm}^2\text{)} \text{ となる。}$$
 また, 四角形 ABCD の対角線 AC の長さは,
 $6 \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$ となる。
 また, このとき線分 AU の長さは $\sqrt{2}x \text{ cm}$ である。
 ΔAOC は 3 辺の長さの比から $\angle AOC = 90^\circ$ の
 直角二等辺三角形であるから, $\angle OAC = 45^\circ$ となる。
 点 U から辺 AC に下ろした垂線と線分 AC との交点を
 K とすると, ΔAUK も直角二等辺三角形となり,
 ΔAUK の 3 辺の長さの比より, 線分 UK の長さは,
 $\sqrt{2}x \times \frac{1}{\sqrt{2}} = x \text{ (cm)}$ となる。
 以上のことから, 立体 U-ASTD の体積と立体
 E-ASTD の体積は, それぞれ

$$(36-9x) \times x \times \frac{1}{3} = 3x(4-x) \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$(36-9x) \times 6 \times \frac{1}{3} = 18(4-x) \text{ (cm}^3\text{)}$$
 この体積の和が立体 ABCD-EFGH の体積の $\frac{2}{9}$ 倍と
 なるから,

$$3x(4-x) + 18(4-x) = 6^3 \times \frac{2}{9}$$
 これを解くと, $(x-2)(x+4) = 0$ となるから,
 $x = 2, -4$ となる。
 ここで, $-0 \leq x \leq 6$ であるから, 問題に適するのは,
 $x = 2$ のみ。 $0 < x < 3$